<u>מבוא לתורת המשחקים לתלמידי משפטים ופילוסופיה – פתרון תרגיל 5</u>

1. נמצא שיווי משקל מעורבים של המשחק כפונקציה של v.

(i) $v<3$

ניתן לראות כי לא קיים שיווי משקל באסטרטגיות טהורות. נחפש שיווי משקל מעורב. האסטרטגיה של שחקן השורות היא $(p_1,p_2,1-p_1-p_2)$ והאסטרטגיה של שחקן העמודות הינה $(q,1-q)$. נציין כי בשיווי משקל מעורב שחקן העמודות בהכרח מערב בין שתי האסטרטגיות הטהורות שלו ($0<q<1$), שכן אם לא, אז התשובה הטובה ביותר של שחקן השורות היא רק אסטרטגיה טהורה כלשהי ואז כאמור אין שיווי משקל. שחקן העמודות מערב בין L ו- R, לכן תוחלת התשלום שלו משתי האסטרטגיות הללו זהה. תוחלת התשלום שלו היא:

$L:\ -3p_1+p_2\times 0-v(1-p_1-p_2)$

$R:\ \ p_1\times 0-3p_2-v(1-p_1-p_2)$

מתקיים לכן $-3p_1+p_2\times 0-v(1-p_1-p_2)=p_1\times 0-3p_2-v(1-p_1-p_2)$. נקבל מכך כי $p_1=p_2$.

נחלק את המקרה של $v<3$ לשני תתי מקרים:

א) $v<1.5$

נראה שבמקרה זה האסטרטגיה B של שחקן השורות אינה משוחקת בשיווי משקל. נראה שלא קיימת אסטרטגיה $(q,1-q)$ של שחקן העמודות כך שלשחק B יהיה אופטימלי עבור שחקן השורות. כדי שלשחק B יהיה אופטימלי עבורו, צריך להתקיים שתוחלת התשלום שלו מאסטרטגיה זו גדולה לפחות כמו תוחלת התשלום שלו מ- T ו- M. כלומר, $v\geq 3q$ וגם $v\geq 3(1-q)$. נקבל מכך שצריך להתקיים $q\leq\frac{v}{3}<\frac{1.5}{3}=\frac{1}{2}$ וגם $1-q\leq\frac{v}{3}<\frac{1.5}{3}=\frac{1}{2}$. בסה"כ $q<\frac{1}{2}$ וגם $1-q<\frac{1}{2}$ וזה לא יתכן.

קיבלנו לכן כי האסטרטגיה B איננה משוחקת בשיווי משקל. מתוצאה זו ומהתוצאה הקודמת כי $p_1=p_2$ נקבל ש- $p_1=p_2=\frac{1}{2}$. שחקן השורות משחק את T ו- M בהסתברויות חיוביות, לכן תוחלת התשלום שלו משתי האסטרטגיות הללו שווה, כלומר $3q=3(1-q)$, או $q=\frac{1}{2}$.

כלומר שיווי המשקל היחיד במקרה ש- $v<1.5$ הוא $((\frac{1}{2},\frac{1}{2},0),(\frac{1}{2},\frac{1}{2}))$.

ב) $1.5<v<3$

נראה שבמקרה זה שחקן השורות ישחק רק את האסטרטגיה הטהורה B בשיווי משקל.

נניח בשלילה ששחקן השורות משחק אסטרטגיה טהורה אחרת פרט ל- B. כיוון שכאמור $p_1=p_2$, אזי בהכרח הוא משחק במקרה זה גם T וגם M בהסתברויות חיוביות. תוחלת התשלום שלו משתי

האסטרטגיות הטהורות הללו היא לכן שווה, כלומר מתקיים $3q=3(1-q)$, או $q=\frac{1}{2}$. אבל אם $q=\frac{1}{2}$ אזי תוחלת התשלום של שחקן השורות מהאסטרטגיות T ו- M היא 1.5 בעוד שתוחלת התשלום שלו מ- B הינה $v>1.5$. כלומר שחקן השורות ירצה לשחק רק את B, בסתירה להנחה כי הוא משחק T ו- M.

כלומר קיבלנו שהאסטרטגיה של שחקן השורות בשיווי משקל חייבת להיות $(0,0,1)$. נמצא עכשיו את q.

כיוון ששחקן השורות משחק רק את B תוחלת התשלום שלו מאסטרטגיה זו גדולה לפחות כמו תוחלת התשלום שלו משתי האסטרטגיות הטהורות שאינן משוחקות. מתקיים אם כן $v\ge 3q$ וגם $v\ge 3(1-q)$.

בסה״כ $1-\frac{v}{3}\le q\le \frac{v}{3}$. כיוון ש- $v>1.5$, אזי לכל v הגבול העליון $\frac{v}{3}$ של ערכי q אפשריים הינו גדול מ- $\frac{1}{2}$ והגבול התחתון $1-\frac{v}{3}$ קטן מ- $\frac{1}{2}$ ולכן קיימים ערכי q המקיימים את התנאי הנדרש.

לכן שיווי המשקל במקרה בו $1.5<v<3$ הם $((0,0,1),(q,1-q))$, $1-\frac{v}{3}\le q\le \frac{v}{3}$.

(ii) $v>3$

במקרה זה B של שחקן השורות הינה אסטרטגיה דומיננטית במובן החזק ולכן רק היא חייבת להיות משוחקת בשיווי משקל. התשובה הטובה ביותר של שחקן העמודות כנגד B של שחקן השורות היא $(q,1-q)$ לכל q.

קבוצת שיווי המשקל במקרה זה היא לכן $((0,0,1),(q,1-q))$, $0\le q\le 1$.

2. במשחק שני שחקנים: מפקד ההתקפה ומפקד המגננה, כלומר $N=\{AC,DC\}$. מפקד ההתקפה יכול לתקוף אחת משלוש המטרות של האויב, לכן $A_{AC}=\{1,2,3\}$. מפקד המגננה יכול להגן על אחת מבין מטרותיו, לכן $A_{DC}=\{i,ii,iii\}$. נתאר את המשחק באמצעות המטריצה הבאה:

AC/DC	i	ii	iii
1	0,0	5,-5	5,-5
2	4,-4	0,0	4,-4
3	1,-1	1,-1	0,0

הסבר: אם, לדוגמא, מפקד ההתקפה תוקף מטרה מס׳ שתיים ומפקד המגננה מגן על מטרה מס׳ אחת (צירוף האסטרטגיות $(2,i)$), אזי מפקד ההתקפה מצליח לפגוע ב - 4 פלוגות החיילים הנמצאות במטרה מס׳ 2, ולכן תשלומו הוא 4, בעוד שהתשלום של מפקד המגננה (שחייליו נהרגים) הוא -4.

תחילה, בקלות רואים כי לא קיים שיווי משקל באסטרטגיות טהורות. בכל משבצת לאורך אלכסון הטבלה לשחקן השורות כדאי לסטות ולהפוך את התשלום שלו לחיובי. בכל משבצת אחרת לשחקן העמודות, שתשלומו שלילי, כדאי לסטות ולהגדיל את תשלומו לאפס.

נחפש שיווי משקל באסטרטגיות מעורבות:

שיווי משקל באסטרטגיות מעורבות יהיה מהצורה הבאה $((p_1,p_2,1-p_1-p_2),(q_1,q_2,1-q_1-q_2))$.

ראשית, נראה כי לא יתכן שבשיווי משקל שחקן השורות משחק את האסטרטגיה הטהורה 3 בהסתברות חיובית. נראה שכנגד אף אסטרטגיה של שחקן העמודות $(q_1,q_2,1-q_1-q_2)$ האסטרטגיה 3 של שחקן השורות אינה יכולה להיות אופטימלית. כדי שאסטרטגיה זו תהיה אופטימלית תוחלת התשלום של שחקן השורות ממנה חייבת להיות גדולה לפחות כמו תוחלת התשלום שלו משתי האסטרטגיות הטהורות האחרות שלו 1 ו- 2. כלומר צריך להתקיים כי $q_1+q_2\ge 5q_2+5(1-q_1-q_2)=5-5q_1$ וגם $q_1+q_2\ge 4q_1+4(1-q_1-q_2)=4-4q_2$. כיוון שבהכרח $q_1+q_2\le 1$, חייב להיות ש- $5-5q_1\le 1$ וגם $4-4q_2\le 1$, כלומר $q_1\ge\frac{4}{5}$ וגם $q_2\ge\frac{3}{4}$. זה כמובן לא יתכן כי אז נקבל ש- $q_1+q_2>1$. לכן לא קיימת אסטרטגיה של שחקן העמודות כך שלשחק 3 יהיה אופטימלי עבור שחקן השורות. כלומר 3 איננה משוחקת בשיווי משקל.

עד עתה קיבלנו שהאסטרטגיה המעורבת של שחקן השורות בשיווי משקל היא $(p,1-p,0)$. נראה עכשיו כי לא יתכן שבשיווי משקל שחקן העמודות ישחק את האסטרטגיה הטהורה iii בהסתברות חיובית. כדי שישחק אותה בהסתברות חיובית תוחלת התשלום שלו ממנה חייבת להיות גדולה לפחות כמו תוחלת התשלום שלו מ- i ו- ii. כלומר צריך להתקיים $-5p-4(1-p)\ge -5p$ וגם $-5p-4(1-p)\ge -4(1-p)$. אי השוויון הראשון יכול להתקיים רק כאשר $p=1$ ואי השוויון השני יתקיים רק כאשר $p=0$. לא יכול להיות כי $p=1$ ו- $p=0$ בו זמנית, לכן לא יתכן כי שחקן העמודות משחק את האסטרטגיה iii בשיווי משקל.

נותרנו למעשה עם האסטרטגיות $(p,1-p,0)$ ו- $(q,1-q,0)$ של שחקן השורות ושחקן העמודות בהתאמה. נמצא את p ו- q. שחקן השורות משחק את 1 ו- 2, לכן תוחלת התשלום שלו משתי האסטרטגיות הללו חייבת להיות שווה. כלומר, $5(1-q)=4q$. נקבל מכאן ש- $q=\frac{5}{9}$. שחקן העמודות משחק את i ו- ii, לכן תוחלת התשלום שלו משתי האסטרטגיות הטהורות האלה שווה. כלומר, $-4(1-p)=-5p$. נקבל כי $p=\frac{4}{9}$.

בסך הכל קיבלנו כי שיווי המשקל היחיד של משחק זה הוא $((\frac{4}{9},\frac{5}{9},0),(\frac{5}{9},\frac{4}{9},0))$.

3. $N=\{1,2,...,n\}$. לכל שחקן שתי אסטרטגיות טהורות: לקפוץ למים ולא לקפוץ למים, לכן $A_i=\{J,N\}$.

נחפש שיווי משקל מעורב סימטרי, כלומר שיווי משקל בו כל שחקן קופץ למים בהסתברות $0<p<1$.
כל שחקן חייב להיות אדיש בין שתי האסטרטגיות הטהורות שלו בשיווי משקל, כיוון שמשחק כל אחת מהן בהסתברות חיובית. לכן תוחלת התשלום שלו משתי האסטרטגיות הטהורות חייבת להיות שווה. התשלום של שחקן כלשהו מלא לקפוץ למים הינו 0 ללא קשר למה שעושים השחקנים האחרים. תוחלת התשלום של שחקן מלקפוץ למים הינה $P(nobody\ else\ \ jumpes)\times 1+P(at\ least\ one\ else\ \ jumpes)\times(-4)$ ההסתברות ששחקן כלשהו לא יקפוץ למים היא $1-p$, ההסתברות שאף אחד מבין $n-1$ השחקנים הנותרים לא יקפוץ היא לכן $(1-p)^{n-1}$ (הם פועלים באופן בלתי תלוי ביניהם). ההסתברות שלפחות אחד מבין $n-1$ השחקנים יקפוץ למים היא ההסתברות המשלימה ושווה לכן ל- $1-(1-p)^{n-1}$. תוחלת התשלום של שחקן כלשהו מלקפוץ למים היא לכן $(1-p)^{n-1}+\left[1-(1-p)^{n-1}\right](-4)$. אדישות בין שתי האסטרטגיות הטהורות שלו:

$$(1-p)^{n-1}+\left[1-(1-p)^{n-1}\right](-4)=0$$

נקבל:

$$5(1-p)^{n-1}=4$$

$$1-p=\left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{1}{n-1}}$$

$$p=1-\left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{1}{n-1}}$$

ההסתברות בשיווי משקל שהטובע ינצל היא ההסתברות שלפחות אחד מבין n האנשים יקפוץ למים.
היא שווה לכן ל-

$$1-(1-p)^n=1-\left[1-\left(1-\left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{1}{n-1}}\right)\right]^n=1-\left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{n}{n-1}}$$

כאשר n גדל, אזי $\frac{n}{n-1}$ קטן, $\left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{n}{n-1}}$ גדל ובסה"כ ההסתברות שהטובע ינצל בשיווי משקל הולכת וקטנה ככל שיותר אנשים נוכחים על החוף.

4. במשחק ישנם שלושה שחקנים: שתי הפירמות ורשויות המס, כלומר $N=\{firm1, firm2, TA\}$. כל פירמה יכולה להחליט האם להעלים מס או לא, לכן $A_{firm1}=A_{firm2}=\{evade, not\,evade\}$. רשויות המס יכולות לשלוח את הסוכן הסודי לאחת הפירמות, לכן $A_{TA}=\{1,2\}$.
נתאר את המשחק באופן הבא:

TA בוחר ב-1

$firm1/\ firm2$	$evade$	$not\ evade$
$evade$	-120,0,120	-120,-100,220
$not\ evade$	-80,0,80	-80,-100,180

TA בוחר ב- 2

$firm1/\ firm2$	$evade$	$not\ evade$
$evade$	0,-150,150	0,-100,100
$not\ evade$	-80,-150,230	-80,-100,180

בכל משבצת התשלומים הם של פירמה 1, פירמה 2 ורשויות המס, בסדר זה.
הסבר: נניח שרשויות המס שולחות את הסוכן לפירמה 1, פירמה 1 מעלימה מס ופירמה 2 מעלימה מס. הטבלה שמתאימה למקרה זה היא הטבלה הימנית. כיוון שפירמה 1 מעלימה מס ונתפסת, היא נאלצת לשלם קנס של 50% מעבר לתשלום המס שהיא חייבת, שהינו $\$80m$, ולכן בסה"כ משלמת סכום של $80+0.5\times 80=\$120m$. לכן התשלום שלה הוא -120. פירמה 2 מעלימה מס, אבל כיוון שהסוכן נמצא בפירמה 1 , פירמה 2 אינה נתפסת ולכן לא משלמת דבר. התשלום שלה הוא לכן 0. לבסוף, רשויות המס אוספות מסים בגובה כולל של $\$120m$ ולכן התשלום שלהן הוא 120.

נראה תחילה כי לא קיים שיווי משקל באסטרטגיות טהורות במשחק.
נבדוק שני מקרים אפשריים:
(i) רשויות המס שולחות את הסוכן לפירמה 1.
במקרה זה התשובה הטובה ביותר של פירמה 1 היא לא להעלים מס ללא קשר למה שעושה פירמה 2. התשלום של פירמה 1 אם לא תעלים מס הוא -80, לעומת תשלום של -120 אם תעלים מס. התשובה הטובה ביותר של פירמה 2 כאשר רשויות המס שולחות את הסוכן לפירמה 1 היא להעלים מס ללא קשר למה שעושה פירמה 1, כיוון שבמקרה זה התשלום של פירמה 2 הוא 0, לעומת התשלום של -100 שיהיה לה אם תחליט לא להעלים מס. אבל במקרה בו פירמה 1 לא מעלימה מס ופירמה 2 מעלימה מס התשובה הטובה ביותר של רשויות המס היא לשלוח את הסוכן לפירמה 2 ולקבל תשלום של 230 במקום ה-80 שיקבלו אם ישלחו את הסוכן לפירמה 1.
לכן לא יכול להיות שיווי משקל בו רשויות המס שולחות את הסוכן לפירמה 1.

(ii) רשויות המס שולחות את הסוכן לפירמה 2.
במקרה זה התשובה הטובה ביותר של פירמה 1 היא להעלים מס , והתשובה הטובה ביותר של פירמה 2 היא לא להעלים מס. אבל אז לרשויות המס כדאי לשלוח את הסוכן לפירמה 1 ולקבל תשלום של 220 במקום תשלום של 100 שיקבלו אם ישלחו את הסוכן לפירמה 2.
לכן גם במקרה זה לא יתכן שיווי משקל.

נחפש שיווי משקל מעורב של המשחק.

האסטרטגיות של השחקנים בשיווי משקל מעורב תהיינה: $(p,1-p)$ ו- $(q,1-q)$ עבור פירמה 1 ופירמה 2 בהתאמה, כאשר p ו- q הן ההסתברויות להעלים מס, ו- $(r,1-r)$ עבור רשויות המס, כאשר r הינה ההסתברות לשלוח את הסוכן לפירמה 1.

ראשית, נראה כי לא יכול שיווי משקל בו שתי הפירמות משחקות אסטרטגיות טהורות ורק רשויות המס משחקות אסטרטגיה מעורבת. אם נניח, למשל, ששתי הפירמות מעלימות מס, אזי התשובה הטובה ביותר של הרשויות היא לשלוח את הסוכן לפירמה 2, אבל במקרה זה לפירמה 2 כדאי לסטות ולא להעלים מס. באופן דומה לא יתכן מצב בו אחת הפירמות מעלימה מס והשניה לא.

עכשיו נסתכל על המקרה בו שתי הפירמות לא מעלימות מס. במקרה זה התשלום של רשויות המס כאשר הן שולחות את הסוכן לפירמה 1 או לפירמה 2 זהה. התשובה הטובה ביותר של רשויות המס היא לכן $(r,1-r)$, $0\le r\le 1$. כיוון שפירמה 1 לא מעלימה מס חייב להיות שתוחלת התשלום שלה מאסטרטגיה זו גדולה לפחות כמו זו מלהעלים מס. בהנתן שפירמה 2 לא מעלימה מס, כאמור, ורשויות המס משחקות $(r,1-r)$ תוחלת התשלום של פירמה 1 מלא להעלים מס היא $-80r-80(1-r)=-80$ ותוחלת התשלום שלה מלהעלים מס הינה $-120r+(1-r)\times 0=-120r$. חייב להתקיים אם כן $-80\ge -120r$, או $r\ge\frac{2}{3}$.

כיוון שפירמה 2 לא מעלימה מס חייב להתקיים באותו האופן שתוחלת התשלום שלה מלא להעלים מס גדולה לפחות כמו זו מלהעלים מס (שוב בהנתן שפירמה 1 לא מעלימה מס ורשויות המס משחקות $(r,1-r)$), כלומר $-100\ge -150(1-r)$, או $r\le\frac{1}{3}$. לא יתכן כי $r\ge\frac{2}{3}$ וגם $r\le\frac{1}{3}$, לכן לא קיים במקרה זה שיווי משקל.

כלומר בשיווי משקל חייב להיות שלפחות אחת הפירמות משחקת אסטרטגיה מעורבת.

נבדוק את שני המקרים:

(i) פירמה 1 משחקת אסטרטגיה מעורבת, כלומר $0<p<1$. פירמה 1 חייבת להיות אדישה לכן בין להעלים מס לבין לא להעלים. תוחלת התשלום שלה משתי האסטרטגיות הטהורות הללו חייבת להיות זהה. בהנתן שפימרה 2 משחקת $(q,1-q)$ ורשויות המס משחקות $(r,1-r)$ תוחלת התשלום של פירמה 1 מאסטרטגיות טהורות היא:

$$evade:\quad r(-120q-120(1-q))+(1-r)(q\times 0+(1-q)\times 0)=-120r$$

$$not\ evade:\quad r(-80q-80(1-q))+(1-r)(-80q-80(1-q))=-80$$

(הערה: נשים לב כי תוחלת התשלום של פירמה 1 אינה תלויה באסטרטגיה של פירמה 2, אלא רק באסטרטגיה של רשויות המס.)

מתקיים אם כן $-120r=-80$, כלומר $r=\frac{2}{3}$.

נבדוק מהי תוחלת התשלום של פירמה 2 מכל אסטרטגיה טהורה שלה כאשר $r=\frac{2}{3}$ ופירמה 1 משחקת $(p,1-p)$.

$$evade: \quad \frac{2}{3}(p\times 0+(1-p)\times 0)+\frac{1}{3}(-150p-150(1-p))=-50$$

$$not\ evade: \ \frac{2}{3}(-100p-100(1-p))+\frac{1}{3}(-100p-100(1-p))=-100$$

קיבלנו שכאשר $r=\frac{2}{3}$ פירמה 2 רוצה להעלים מס.

אבל אם פירמה 2 מעלימה מס, אזי עבור רשויות המס לשלוח את הסוכן לפירמה 2 זו אסטרטגיה ששולטת חזק על לשלוח את הסוכן לפירמה 1 (ניתן לראות כי התשלומים של רשויות המס בעמודה השמאלית של המטריצה השמאלית גדולים יותר מהתשלומים המתאימים בעמודה השמאלית של המטריצה הימנית), ולכן רשויות המס ירצו לשלוח את הסוכן רק לפירמה 2 ולא לשחק אסטרטגיה מעורבת. אבל, כפי שהראינו קודם, במקרה זה לא קיים שיווי משקל.

(ii) פירמה 2 משחקת אסטרטגיה מעורבת, כלומר $0<q<1$. תוחלת התשלום של פירמה 2 משתי האסטרטגיות הטהורות שלה היא לכן שווה. תוחלת התשלום שלה היא :

$$evade: \quad r(p\times 0+(1-p)\times 0)+(1-r)(-150p-150(1-p))=-150(1-r)$$

$$not\ evade: \ r(-100p-100(1-p))+(1-r)(-100p-100(1-p))=-100$$

מתקיים אם כן $-150(1-r)=-100$. נקבל ש- $r=\frac{1}{3}$.

נבדוק מהי האסטרטגיה האופטימלית עבור פירמה 1 כאשר $r=\frac{1}{3}$.

תוחלת התשלום שלה מהאסטרטגיות הטהורות שלה:

$$evade: \quad \frac{1}{3}(-120q-120(1-q))+\frac{2}{3}(q\times 0+(1-q)\times 0)=-40$$

$$not\ evade: \ \frac{1}{3}(-80q-80(1-q))+\frac{2}{3}(-80q-80(1-q))=-80$$

לכן האסטרטגיה האופטימלית עבור פירמה 1 כאן היא להעלים מס. כלומר, עד עתה קיבלנו כי פירמה 1 משחקת $(1,0)$ ורשויות המס משחקות $(\frac{1}{3},\frac{2}{3})$. נמצא עכשיו את q.

רשויות המס אדישות בין לשלוח את הסוכן לפירמה 1 לבין לשלוח אותו לפירמה 2, לכן תוחלת התשלום שלהן משתי האסטרטגיות הללו זהה. בהנתן האסטרטגיה $(1,0)$ של פירמה 1 ו- $(q,1-q)$ של פירמה 2 תוחלת התשלום של רשויות החוק מכל אסטרטגיה טהורה שלהן היא:

$1: 120q+220(1-q)$

$2: 150q+100(1-q)$

לכן $120q+220(1-q)=150q+100(1-q)$. נפתור ונקבל כי $q=\frac{4}{5}$.

שיווי המשקל היחיד של משחק זה הוא לכן $((1,0),(\frac{4}{5},\frac{1}{5}),(\frac{1}{3},\frac{2}{3}))$.

עכשיו נסתכל על המקרה בו פירמה 2 חייבת לשלם מס בגובה $\$1000m$ במקום $\$100m$.

מטריצות התשלומים במקרה זה תיראנה כך:

TA בוחר ב-1

*firm*1/ *firm*2	*evade*	*not evade*
evade	-120,0,120	-120,-1000,1120
not evade	-80,0,80	-80,-1000,1080

TA בוחר ב-2

*firm*1/ *firm*2	*evade*	*not evade*
evade	0,-1500,1500	0,-1000,1000
not evade	-80,-1500,1580	-80,-1000,1080

כמו במקרה הקודם נראה שגם כאן לא קיים שיווי משקל באסטרטגיות טהורות. נבדוק שני מקרים אפשריים:

(i) רשויות המס שולחות את הסוכן לפירמה 1.

האסטרטגיה האופטימלית עבור פירמה 1 במקרה זה היא לא להעלים מס ללא תלות במעשי פירמה 2, והאסטרטגיה האופטימלית עבור 2 היא להעלים מס ללא תלות במעשי פירמה 1. אבל אז רשויות המס ירצו לשלוח את הסוכן הסודי לפירמה 2 במקום פירמה 1 (ולקבל תשלום של 1580 במקום 80). לכן לא יתכן כאן שיווי משקל.

(ii) רשויות המס שולחות את הסוכן לפירמה 2.

התשובה הטובה ביותר של פירמה 1 היא להעלים מס והתשובה הטובה ביותר של פירמה 2 היא לא להעלים מס. אם פירמה 1 מעלימה מס ופירמה 2 לא מעלימה מס, התשובה הטובה ביותר של רשויות המס היא לשלוח את הסוכן לפירמה 1 ולקבל תשלום של 1120 במקום התשלום של 1000 שיקבלו אם ישלחו את הסוכן לפירמה 2. לכן גם כאן אין שיווי משקל.

גם במקרה זה לא יתכן שיווי משקל מעורב בו שתי הפירמות משחקות אסטרטגיות טהורות ורק רשויות המס משחקות אסטרטגיה מעורבת. המצב היחיד בו זה יכול היה להיות אפשרי הוא כאשר פירמה 1 לא מעלימה מס, פירמה 2 לא מעלימה מס ורשויות המס משחקות $(r,1-r)$. כדי שלא להעלים מס עבור פירמה 1 יהיה אופטימלי, חייב להיות שתוחלת התשלום שלה מאסטרטגיה זו גדולה לפחות כמו תוחלת התשלום שלה מלהעלים מס, כלומר $-80 \geq -120r$. באופן דומה עבור פירמה 2 חייב להתקיים $-1000 \geq -1500(1-r)$. כלומר חייב להיות ש- $r \geq \frac{2}{3}$ וגם $r \leq \frac{1}{3}$. זה לא יתכן. לכן אין כאן שיווי משקל.

שוב קיבלנו כי בשיווי משקל מעורב לפחות אחת הפירמות משחקת אסטרטגיה מעורבת. נבדוק את שני המקרים:

(i) פירמה 1 משחקת אסטרטגיה מעורבת, כלומר $(p,1-p)$ כאשר $0<p<1$. תוחלת התשלום של פירמה 1 משתי האסטרטגיות הטהורות שלה חייבת להיות שווה, כלומר

$$-120r+(1-r)\times 0=-80 \Rightarrow\ -120r=-80 \Rightarrow\ r=\frac{2}{3}$$

כאשר $r=\frac{2}{3}$ תוחלת התשלום של פירמה 2 מלהעלים מס הינה $\frac{2}{3}\times 0+\frac{1}{3}\times(-1500)=-500$ ותוחלת התשלום שלה מלא להעלים מס היא -1000. לכן, במקרה בו $r=\frac{2}{3}$, פירמה 2 רוצה להעלים מס. אבל אם פירמה 2 מעלימה מס, האסטרטגיה האופטימלית עבור רשויות המס היא לשלוח את הסוכן הסודי רק לפירמה 2 ולא לערב בין שתי האסטרטגיות הטהורות שלה (התשלומים של רשויות המס בעמודה השמאלית של הטבלה השמאלית גדולים מהתשלומים המתאימים להם בעמודה השמאלית של הטבלה הימנית). כלומר לא יתכן שיווי משקל כאן.

(ii) פירמה 2 משחקת אסטרטגיה מעורבת $(q,1-q)$, $0<q<1$. תוחלת התשלום של פירמה 2 משתי האסטרטגיות הטהורות שלה צריכה להיות זהה, כלומר

$$r\times 0+(1-r)\times(-1500)=-1000 \Rightarrow\ -1500(1-r)=-1000 \Rightarrow r=\frac{1}{3}$$

כלומר האסטרטגיה של רשויות המס היא $(\frac{1}{3},\frac{2}{3})$. נבדוק מהי האסטרטגיה האופטימלית עבור פירמה 1 בהנתן אסטרטגיה זו של רשויות המס. תוחלת התשלום של פירמה 1 אם היא מעלימה מס הינה $\frac{1}{3}\times(-120)+\frac{2}{3}\times 0=-40$. תוחלת התשלום שלה אם איננה מעלימה מס היא -80. לכן התשובה הטובה ביותר של פירמה 1 במקרה זה היא להעלים מס. כלומר האסטרטגיה שלה תהיה $(1,0)$. נותר למצוא את q. רשויות המס שולחות את הסוכן לפירמה 1 ולפירמה 2 בהסתברות חיובית, לכן הן צריכות להיות אדישות בין שתי האסטרטגיות הללו. תוחלת התשלום שלהן משתיהן שווה, לכן יתקיים:

$$120q+1120(1-q)=1500q+1000(1-q) \Rightarrow 1500q=120 \Rightarrow q=\frac{2}{25}$$

שיווי המשקל של המשחק הוא לכן $((1,0),(\frac{2}{25},\frac{23}{25}),(\frac{1}{3},\frac{2}{3}))$.

ניתן לראות כי המדיניות של רשויות המס איננה משתנה בהשוואה למקרה הקודם.