

מבחן במיקרו כלכלה א

סתיו תשנ"ו (2005-6)

10 פברואר 2006

אריאל רובינשטיין

ענה בקצרה ואולם בדיוק (תוך מתן הוכחות) על שלושת השאלות הבאות.
ענה על כל שאלה במחברת נפרדת. אתה חפשי להשתמש בכל חומר עזר.
לרשותך שלוש וחצי שעות ללא הארכה!

1. בשאלה זו נדון בצרכן בעולם של $K+1$ מוצרים שמתנהג באופן הבא: הצרכן מאופיין על ידי וקטור D של K המוצרים $1, \dots, K$. בהינתן מגבלת תקציב הוא רוכש את tD ($t \leq 1$) עם t הגדול ביותר שהוא יכול לרכוש. ואם D כולו ניתן לרכישה הוא רוכש אותו ומוציא את כל יתרת הכנסתו על המוצר $K+1$.

- הראה שיש יחס העדפה מונוטוני וקמור שמסביר דפוס התנהגות זו (די לבנות יחס העדפה כזה, אין צורך להוכיח שהוא מונוטוני וקמור).
- הוכח שאין יחס העדפה מונוטוני, קמור ורציף שמסביר דפוס התנהגות זו.

2. לפנינו קבוצה, X (למשל של אנשים). לשם פשטות אתה רשאי להניח שבקבוצה שלושה אברים. אנחנו מנסים ליצר יחס בינארי E עם המשמעות ש xEy פירושו ש x ו- y הם "אותו הדבר". נדרוש מהיחס E שיהיה יחס שקילות (מקיים רפלקסיביות, סימטריות וטרנזיטיביות). לייצור היחס נשתמש ב N יחסי שקילות בסיסיים (למשל "גרים באותה ארץ", "אוהדי אותה קבוצת כדורסל", "בעלי אותו מקצוע"). שיטת צירוף הינה פונקציה המתאימה יחס שקילות על X לכל פרופיל (E_1, E_2, \dots, E_N) של N יחסי שקילות על X .

א. הגדר פורמאלית את שתי התכונות הבאות:
הסכמה- P : אם כל יחסי השקילות הבסיסיים רואים את x ו y "אותו הדבר" אז גם היחס המצרפי רואה אותם כ"אותו הדבר", ואם כל יחסי השקילות הבסיסיים רואים אותם כ"לא אותו הדבר" גם היחס המצרפי יראה אותם כ"לא אותו הדבר".

אי תלות- I^* : הקביעה האם x ו y הם "אותו הדבר" תלויה רק בקבוצת השיקולים הרואה בהם "אותו הדבר".

ב. הבא דוגמאות לשלוש שיטות צרוף: אחת המקיימת את P ולא את I^* , אחת המקיימת את I^* ולא את P ואחת המקיימת את שתי התכונות P ו- I^* .

ג. (סעיף בונוס: חלק זה קשה הרבה יותר וגש אליו רק אחרי שסיימת את כל שאר חלקי המבחן) אפיין את קבוצת שיטות הצירוף המקיימות את P ואת I^* ?

3. דון בחברה בה יש N פרטים. לפרט i יש יכולת יצור של v_i ונניח בלי הגבלת הכלליות ש-
 $0 < v_1 < v_2 < \dots < v_N$. לפרט i יחידת זמן שהוא יכול להקצות לשתי פעולות יצור וגניבה. כל פרט
מניח שאם יקצה t מזמנו ליצור ו $1-t$ לגניבה ייהנה מ $tv_i + (1-t)V$ יחידות תוצר כאשר V הוא
מספר המציין את פרודוקטיביות פעילות הגניבה. בדומה למושג המחיר בשוק תחרותי, גם כאן כל פרט
מניח ש- V נתון ואינו מושפע מהחלטתו שלו.

נגדיר שווי משקל בתור מספר V ופרופיל החלטות (t_1, \dots, t_N) המקיים שני תנאים:
(i) t_i אופטימאלי עבור i .

(ii) $V = \sum_i t_i v_i / N$ הינו התוצר לנפש בחברה דהיינו

- (א) חשב את שווי המשקל במקרה ש $N = 10$ וסדרת ערכי הפרודוקטיביות היא $1, 2, \dots, 10$.
(ב) חשב את שווי המשקל במקרה ש $N = 3$ וסדרת ערכי הפרודוקטיביות היא $1, 2, 5$.
(ג) הוכח קיום שווי משקל במקרה הכללי של המודל (אתה רשאי להשתמש במשפט נקודת שבת, אבל
ניתן להוכיח את הטענה בקלות באמצעים אלמנטאריים).