

# מבחן במיקרו כלכלה א

סתיו תשנ"ה (2004-5)

28 ינואר 2005

אריאל רובינשטיין

ענה בקצרה ואולם בדיוק (תוך מתן הוכחות) על שלושת השאלות הבאות.  
ענה על כל שאלה במחברת נפרדת. אתה חפשי להשתמש בכל חומר עזר.  
לרשותך 3 שעות (הארכה של 30 דקות במידת הצורך).

## 1. פירמה מעולם אחר

פירמה מייצרת מוצר יחיד באמצעות עובדים  $a$  וחומר גלם  $b$ . מחיר עובד  $p_a$  ומחיר יחידת חמר גלם  $p_b$ . מחיר המוצר  $p_y$ . פונקציית היצור  $y=f(a,b)$  מקיימת כל ההנחות המקובלות על פונקציית יצור.

הפירמה אינה מעוניינת במקסום רווחים אלא בהעסקה של מקסימום עובדים כל עוד היא משיגה רווח של לפחות  $M$ .

ענה על השאלות הבאות מתוך הנחה שהפרמטרים של הבעיה הם כאלו שהפירמה יכולה להשיג את הרווח  $M$ .

א) נסח את בעיית האופטימיזציה של הפירמה. האם התנהגות הפירמה עקבית עם מודל האדם הרציונאלי?

ב) הראה שהיחס  $\frac{p_a}{p_b}$  אינו גדול משעור התחלופה ביצור בין עבודה וחמר גלם.

ג) הראה שאם  $p_y$  עולה, הפירמה תעסיק יותר עובדים.

ד) האם פונקציית הביקוש של הפירמה לעובדים הומוגנית מדרגה 0 במחירי שלושת המוצרים?

## 2. חלוקה עם סדר רנדומי

$N$  בתים ניתנים לחלוקה בין  $N$  פרטים. לכל פרט יחס העדפה על קבוצת ההגרלות בהן הפרטים (הודאיים) הם הבתים. יחס ההעדפה מקיים את הנחות  $VNM$ .

דון בפרוצדורה בה הפרטים נקראים בסדר רנדומי לבחור את ביתם מתוך הבתים שלא נבחרו קדם לכן. תוצאת הפרוצדורה מבחינת כל פרט הינה הגרלה על קבוצת הבתים.

א. הראה שאם לכל הפרטים אותו יחס העדפה על קבוצת הבתים אזי בלי כל קשר להעדפותיהם ביחס לסיכון, לא ייתכן שגם לפני תחילת הפרוצדורה כל הפרטים יסכימו שיש פרוצדורה דטרמיניסטית אחרת טובה יותר. (ולמחשבה בבית: אם לכל הפרטים העדפות זהות על קבוצת ההגרלות אז אין גם פרוצדורה לא דטרמיניסטית עדיפה בעיני כל הפרטים).

ב. הראה בדוגמא עם  $N=3$  שבמידה ולפרטים אין העדפות זהות על קבוצת הבתים אזי ייתכן שכל הפרטים יעדיפו פרוצדורה אחרת.

הנח עתה שהוחלט להפסיק את השמוש ברנדומיזציה ול"הפריט את התור". לכל מיקום בתור יש מחיר שנקבע בשוק התחרותי. הנח שלפרט  $i$  יש תועלת מאחזקת בית  $k$  וכמות כסף  $m$  של  $v_i(k) + m$ .

ג. הגדר את מושג שווי המשקל התחרותי בשוק בו  $N$  הסחורות הן  $N$  המיקומים בתור.

ד. מה יהיו מחירי שווי משקל של המיקומים בתור אם  $v_i(k) = v(k)$  לכל  $i$ .

### 3. בחירה עם כפילויות באלטרנטיבות

תהא  $X = \{a_1, \dots, a_k\}$  קבוצה של אלטרנטיבות. נגדיר אוסף בתור וקטור של מספרים שלמים לא שלילים. אפשר שניתן לאוסף  $(x_1, \dots, x_k)$  הוא של בעיית בחירה בה אלטרנטיבה  $k$  מופיעה  $x_k$  פעמים בקבוצת האפשרויות ומקבל ההחלטות צריך לבחור את אחת מהאלטרנטיבות הנמצאות באוסף. פונקציית בחירה  $C$  היא פונקציה המתאימה לכל אוסף את אחד מהאברים ב  $X$  שמופיע באוסף במספר חיובי (לא אפס). למשל  $C(5,0,4) = a_3$  משמע שכשמקבל ההחלטות רואה אוסף שמכיל 5 כפילויות של  $a_1$  ו-4 של  $a_3$  הוא בוחר את  $a_3$ .

(א) הסבר את שלושת התכונות הבאות של  $C$ :

$$\text{MON} \quad \text{אם} \quad C(x_1, \dots, x_k, \dots, x_k) = a_k \quad \text{זר} \quad C(x_1, \dots, x_k + 1, \dots, x_k) = a_k.$$

$$\text{ADD} \quad \text{אם} \quad C(x) = C(y) = a_k \quad \text{זר} \quad C(x + y) = a_k.$$

$$\text{IIA} \quad \text{אם} \quad C(x_1, \dots, x_k, \dots, x_{k'}, \dots, x_k) = a_k \quad \text{זר} \quad C(x_1, \dots, x_k, \dots, x_{k'} + 1, \dots, x_k) = a_k \quad \text{הוא} \quad a_{k'} \quad \text{או} \quad a_k.$$

(ב) הראה ש  $\text{ADD}$  גורר את  $\text{MON}$

(ג) נסח משפחה (כללית ככל האפשר) של פונקציות בחירה המקיימות את  $\text{ADD}$  ו  $\text{IIA}$  (כמובן שאין צורך להוכיח כי זו המשפחה הכללית ביותר המקיימת את התכונות, אלא מספיק לציין משפחה כזאת).

(ד) הראה שמהנחת ה  $\text{IIA}$  נובע שהפרט "רציונאלי" ביחס לאוספים שמכילים לכל היותר אבר אחד מכל אלטרנטיבה (כלומר אוספים מהצורה  $(1, 1, 0, 1, 0, 0, 1)$ ).

(ה) (שאלת בונוס!) נסח פונקציית בחירה המקיימת את  $\text{IIA}$  ולא את  $\text{ADD}$  ופונקציית בחירה המקיימת את  $\text{ADD}$  ולא את  $\text{IIA}$ . (גם בסעיף זה אין צורך לכתוב את ההוכחות).