

מבחן במיקרו כלכלה א

סתיו תשנ"ד (2003-4)

6 פברואר 2004

אריאל רובינשטיין

ענה בקצרה ואולם בדיוק (תוך מתן הוכחות) על שלושת השאלות הבאות.
אתה חפשי להשתמש בכל חומר עזר.
לרשותך 3 שעות (הארכה של עד 30 דקות במידת הצורך).

1. "מה שרואים משם לא רואים מפה"

- נופש לאורך רצועת החוף $X=[0,1]$ מתלבט לגבי בחירת מקום מרבץ. הוא מודע לכך שממקום מרבץ אחד העולם נראה שונה מאשר מנקודת מרבץ אחרת. ברגע שיעמוד להתמקם בנקודה a תהיינה לו העדפות קמורות חזק על מקום המרבץ הרצוי (הקבוצה X) המושרות מה פונקציה $u(x,a)$. הנח ש u פונקציה רציפה (בשני המשתנים).
- א. הגדר מושג של שווי משקל לגבי מחשבותיו של הנופש המוטרד.
- ב. מהם שווי המשקל כאשר $u(x,a)=1-|x-a|$ (תן משמעות לפונקציה זו ולקבוצת שווי המשקל שמצאת)
- ג. הראה שללא הנחת ההעדפות הקמורות ייתכן שש"מ לא יהיה קיים.
- ד. בהנחות הנ"ל הוכח משפט קיום של מושג שווי משקל זה.

2. הגרלת המכוניות הגדולה

לכל פרט בקבוצה גדולה של N פרטים מוצע לרכוש כרטיס הגרלה אחד. בין רוכשי הכרטיס תוגרל מכונית אחת. הנח שלכל הפרטים יחס העדפה זהה המקיים את תורת תוחלת התועלת על קבוצת ההגרלות ביחס לקבוצת הפרטים WIN (רכישת כרטיס וזכייה במכונית) LOSS (רכישת כרטיס ואי זכייה) ו-0 (אי רכישת כרטיס).

- נסמן ב q את ההסתברות לזכות בפרס, וב Q את מספר רוכשי הכרטיס. הנח שכל פרט לוקח כנתון את ההסתברות לזכות בפרס (דהיינו בדומה לכך שבמודל שווי המשקל התחרותי הצרכן מתייחס למחירים כנתונים, כאן כל פרט מתעלם מהשפעת החלטתו שלו על הסתברות הזכייה ---). בשווי משקל נדרוש ש q היא אמנם ההסתברות האמיתית לזכות בפרס (התלויה במספר הרוכשים את כרטיס ההגרלה).
- א. ברוח שווי המשקל התחרותי, השלם הגדרה שתתחיל ב-
- "הזוג (q,Q) הוא שווי משקל אם----
- ב. חשב את שווי המשקל כאשר $N=10000$ ולכל הפרטים מתנהגים כאילו מקסמו תוחלת תועלת עם מספרי $-vNM$ -- $v(WIN)=10, v(0)=1, v(LOSS)=0$
- ג. נסח והוכח טענה שמשמעותה שככל שיחס ההעדפה (המשותף לכל הפרטים) מבטא יותר שנאת סיכון כך מספר רוכשי הכרטיס ההגרלה בשווי משקל יהיה יותר קטן.

3. עניין של ניסיון (מבוסס על עבודתם של יצחק גלבוע ודוד שמידלר) מקבל החלטות צריך להחליט האם לעשות משהו Y או להימנע מלעשות אותו N . היסטוריה היא סדרה של מקרים זומים שאירעו בעבר ובהם הוא (או אנשים זומים לו) בחרו Y וכל אחד מהם הסתיים בהצלחה S או בכישלון F . למשל ההיסטוריה (S,S,F,F,S) היא היסטוריה של 5 מקרים בהם בוצעה הפעולה, שנים מהם (מקרים 3 ו-4) הסתיימו בכישלון בעוד ששאר המקרים הסתיימו בהצלחה.

כלל החלטה D הוא פונקציה המשימה לכל היסטוריה אפשרית החלטה Y או N .

הנח את ההנחות הבאות על כללי ההחלטה:

A1 אחרי כל היסטוריה שכולה סיפור הצלחה כלל ההחלטה בוחר Y ואחרי כל היסטוריה שכולה סיפור כשלון הכלל בוחר N .

A2 אם כלל ההחלטה בוחר בפעולה מסוימת אחרי היסטוריה כלשהי הוא ייבחר באותה פעולה אחרי כל היסטוריה שהתקבלה מההיסטוריה הראשונה בעקבות תמורה של אבריה. למשל $D(S,S,F,F,S)=D(S,F,S,F,S)$.

A3 אם $D(h)=D(h')$ אז זו תהיה גם ההחלטה אחרי השרשור של h ו- h' . (תזכורת: השרשור של $h=(F,S)$ ו- $h'=(S,S,F)$ הוא (F,S,S,S,F))

- א. לכל $i=1,2,3$ הבא דוגמא של עקרון החלטה שאינו מקיים את A_i ומקיים שתי ההנחות האחרות.
- ב. הבא דוגמא לכלל החלטה המקיים את שלושת האקסיומות.
- ג. (חלק זה קשה יותר—אפשר לקבל 99 גם בלי לענות על חלק זה): אפיין את כללי ההחלטה המקיימים את שלושת האקסיומות.