

1.א. מהי הקצאת שווי המשקל בשוק בו לכל הפרטים העדפות זהות?

טענה: הקצאת שיווי המשקל תהיה זהה להקצאה ההתחלתית.

הוכחה: נניח שיחס ההעדפה של כל הפרטים הוא $h_1 >_i h_2 >_i \dots >_i h_n$. ניתן לבית h_k את המחיר k . כלומר, הבית המועדף ביותר יהיה הכי יקר והפחות מועדף הכי זול. נראה שמחירים אלה הם מחירי שיווי משקל – פרט שבבעלותו בית h_k יכול לרכוש כל בית h_l שמקיים $l < k$ או לרכוש/להישאר עם הבית שלו. מבין כל הבתים שיכול לרכוש הוא מעדיף ביותר את הבית שלו. לכן, בשיווי משקל, כל אחד יישאר בביתו לפי ההקצאה ההתחלתית.

1.ב. בשוק יש פרט "השמח בחלקו", דהיינו בבעלותו בית שהוא מוצא טוב ביותר. הסבר מדוע בשווי משקל של השוק הפרט יקבל בית זה.

מערכת המחירים מאפשרת לכל פרט לרכוש כל בית שמחירו אינו עולה על שלו. קבוצה זו של בתים כוללת גם את הבית שבבעלותו של הפרט בהקצאה ההתחלתית. לכן, פרט השמח בחלקו יכול "לרכוש" את הבית שלו אותו הוא מוצא כטוב ביותר ובשיווי משקל את הבית של הפרט השמח בחלקו יקבל הפרט עצמו.

2. מצב העולם מתואר בטבלה הבאה:

פרט	1	2	3	4
בעלותו על	D	C	B	A
עדיפות 1	A	A	D	D
2	B	B	C	C
3	C	C	B	B
4	D	D	A	A

א. חשב את שיווי המשקל של השוק

נבצע את הפרוצדורה שהשתמשנו בה בכיתה לשם הוכחת קיום שיווי המשקל. נתחיל עם פרט מספר 1 – הוא רוצה את בית A שבבעלותו של 4. רוצה את בית D שבבעלותו של 1. נסגר מעגל, ולכן ניתן לבתים D ו-A את המחיר 100 (שרירותי). כעת נמחק את 1 ו-4 ואת A ו-D מקבוצות הפרטים והבתים. פרט 2 רוצה ביותר את B מבין הנותרים. B בבעלותו של 3, שבתורו הכי רוצה את C שבבעלותו של 2. לכן גם 2 ו-3 יהוו מעגל מסחר וניתן לבתים C ו-B את המחיר 73. תיארונו את מחירי שיווי המשקל. הקצאת שיווי המשקל תהיה A-1; B-2; C-3; D-4, וזו ההקצאה היחידה.

ב. השווה עם העולם בו העדפותיו של פרט 4 השתנו בין D-IC. הסבר את ההבדל.

אם נעשה את אותו התהליך נקבל שהבתים בעלי המחיר הגבוה יהיו C ו-A, והבתים בעלי המחיר הנמוך יותר יהיו D ו-B. הקצאת שיווי המשקל תהיה B-1; A-2; D-3; C-4 – כלומר מצבו של 1 הורע, של 2 ו-3 השתפר ושל 4 נותר אותו הדבר.

מצבו של 1 הורע (ושל 2 השתפר) כיוון שבעולם א' היה מפגש רצונות בינו לבין 4 – זה רצה ביותר את ביתו של זה. אך בעולם ב' פרט 4, הבעלים של A, כבר לא מעוניין ביותר בבית D של 1, אלא ב-C הבית של 2, שדווקא רוצה את A גם הוא.

מצבו של 3 השתפר כיוון שכעת בית D נותר פנוי כי 2 ו-4 לא היו מעוניינים בו, ופרט 1 מעדיף את B על פני D, ולכן יש מפגש רצונות בין 3 ל-1, לאחר ש-A כבר נתפס.

ג. האם ייתכן מצב שבו העדפותיו של 4 (בלבד) ישתנו והוא לא יקבל את הבית המועדף עליו ביותר? מדוע?

מצב כזה לא ייתכן כיוון ש-4 מחזיק בבית A שהוא מבוקש ביותר על ידי הבעלים של D ו-C (לכן אם ירצה יקבל את A, C או D כפי שכבר ראינו בשאלה 1. ובסעיפים הקודמים). אם ירצה את B, אז אמנם הבעלים של B (פרט 3) לא רוצה את A, אך הוא רוצה את הבית של פרט 1 ופרט 1 רוצה את A, ולכן יקבל את מבוקשו.

כלומר, לא משנה מה הוא מעדיף, רצונותיו מתואמים עם הרצונות של הפרטים האחרים בשוק.

3. בשוק מסוים 1 הוא בעליו של בית A. איך ישתנה מצבו של פרט 1 אם פרט 2 העלה את A בדירוגו את הבתים (הוא לא ישנה את סדר הדירוג של הבתים האחרים וגם הפרטים האחרים לא שינו את העדפותיהם).

מצבו של פרט 1 או שלא ישתנה או שישתפר בשיווי המשקל החדש לעומת הישן.

העלאת בית A בדירוג של 2 גורמת לכך שבית A מבוקש יותר באופן יחסי, כלומר שייטכן שפרט 1 ישתתף במעגל מסחר בשלב מוקדם יותר של תהליך מציאת שיווי המשקל. משמע, מחירו של הבית של 1 יעלה באופן יחסי או יישאר כמו לפני השינוי. מכאן שבשיווי המשקל החדש ביכולתו של 1 לבחור בית מקבוצה גדולה יותר (או שווה) של בתים ולכן מצבו ישתפר, או לכל הפחות לא ירע.

4. הסבר מדוע לאף אחד מהפרטים בשוק לא כדאי להתחזות כאילו היו לו העדפות שונות.

נחשוב על השאלה כאילו יש מחשב שמקבל את העדפות הפרטים, מחשב את שיווי המשקל, ומקצה לפרטים את הבתים לפי הקצאת שיווי המשקל. נניח שפרט i שוקל להתחזות. נשתמש בטענה ששיווי המשקל הוא יחיד, ושניתן למצוא אותו באמצעות האלגוריתם שתואר בכיתה שמקצה את הבתים לפי מעגלי המסחר ונראה שבתהליך כזה לפרט לא כדאי להתחזות.

נבחר את אותם המעגלים שנבחרו בפרופיל ההעדפות האמיתי עד שנגיע למעגל בו משתתף פרט i . על הבתים שכבר הוקצו הפרט לא משפיע ולכן כעת, אם פרט i יצהיר את העדפותיו האמיתיות הוא יקבל את הבית הטוב ביותר בעיניו מבין הבתים הנותרים. לעומת זאת, אם יצהיר על העדפות אחרות, הוא יקבל בית כלשהו מבין הנותרים, ולכן בית זה או זהה לקודם או ממש פחות מועדף.

5. נניח שמונעים מהפרט i לסחור בבית שבבעלותו. הראה שבעקבות המגבלה מצבו של פרט אחר j יכול להשתפר, לא להשתנות, או להרע בשיווי משקל (לעומת שיווי משקל ללא מגבלה).

נסתכל על הדוגמה משאלה 2:

פרט	1	2	3	4
בעלותו על	D	C	B	A
עדיפות 1	A	A	D	D
2	B	B	C	C
3	C	C	B	B
4	D	D	A	A

כפי שראינו בסעיף 2.א, הקצאת שיווי המשקל במקרה זה היא A-1 ; B-2 ; C-3 ; D-4.

אם נמנע מ-1 לסחור (כלומר D מחוץ למשחק), אז הקצאת שיווי משקל תהיה D-1 ; A-2 ; B-3 ; C-4. כלומר, מצבו של 2 השתפר ומצבם של 3 ו-4 הורע.

אם נמנע מ-2 לסחור אז הקצאת שיווי משקל תהיה A-1 ; C-2 ; B-3 ; D-4. כלומר, מצבם של 1 ו-4 לא השתנה ושל 3 הורע.